IA : Tamba		Cellule : Mathématiques
Année : 2021-2022	**Classe : Terminale S_2**	Durée : 4h

COMPOSITION HARMONISÉE DE MATHEMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

EXERCICE 1 ($9 points$)

I) Soit $g(x) = (1-x)e^{-x} - 1$

1) Etudier les variations de g. ($1 point$)
2) Calculer g (0) et en déduire le signe de g(x) sur $\left]-\infty;0\right]$. ($0,5 point$)

II) Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = -x + xe^{-x} & si \quad x \le 0 \\ f(x) = \ln\left|x^2 - 1\right| & si \quad x > 0 \end{cases}$

C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{J})$ du plan (unité 2cm).

A] 1) Déterminer le domaine de définition D de f, puis étudier les limites de f aux bornes de D. ($1 point$)
2) Etudier les branches infinies. ($0,5 point$)
3) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0. ($1 point$)
4) Calculer f '(x) puis dresser le tableau de variation de f. ($1 point$)
5) Déterminer, lorsqu'ils existent, les points d'intersection de C_f avec les axes du repère. ($0,5 point$)
6) Montrer qu'il existe un unique point E de C_f en lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -x$.
Donner une équation de cette tangente (T). ($0,5 point$)

B] Soit h la restriction de f à l'intervalle $I = [0;1]$.

1) Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble définition J. ($0,5 point$)
2) Donner le tableau de variation de h^{-1}. ($0,25 point$)
3) h^{-1} est-elle dérivable en $y_0 = 0$ *et en* $y_1 = \ln\dfrac{3}{4}$? ($0,25 point$)
Si oui, donner le nombre dérivé de h^{-1} en chacun de ces points. ($0,5 point$)
4) Expliciter $h^{-1}(x)$ *pour* $x \in J$. ($0,5 point$)
5) Tracer C_f et $C_{h^{-1}}$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{J})$ ($1 point$)

EXERCICE 2 ($4 points$)

Un porte-monnaie contient quatre pièces de 500 F CFA et six pièces de 200 F CFA. Un enfant tire au hasard et simultanément 3 pièces de ce porte-monnaie.

1°) Calculer la probabilité de l'événement A : « tirer trois pièces de 500F ». En déduire P($\bar{A}$) . ($1 points$)

2°) soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 500F figurant parmi les trois pièces tirées.

a) Déterminer la loi de probabilité de X. ($1 point$)

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X. ($1 point$)

3°) L'enfant répète cinq fois l'expérience en remettant chaque fois les trois pièces tirées dans le porte-monnaie. Quelle est la probabilité que l'événement A se réalise au moins une fois à l'issue des cinq tirages ? ($1 point$)

EXERCICE 3 $(7points)$

Partie A

1. On considère l'équation $(E): Z^3+(1-8i)Z^2-(23+4i)Z-3+24i=0$

a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure et la déterminer. $(0.5\ point)$

b) Montrer que $1+2i$ est solution de (E). $(0,5\ point)$

c) Donner l'ensembles des solutions de (E). $(1point)$

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(o,\vec{u},\vec{v})$ Soit A, B et C d'affixes respectives $1+2i$, 3i et $-2+3i$.

Soit G =bar$\{(A,2),(B,-2),(C,1)\}$

a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}\ et \overrightarrow{GC}$ ont pour affixes respectives $\sqrt{2}e^{i\frac{\Pi}{4}}$, $2i$, $2\sqrt{2}e^{i\frac{3\Pi}{4}}$ et que ces affixes sont dans cet ordre en progression géométrique ; déterminer la raison de cette suite . $(2points)$

b) En déduire qu'il existe une similitude directe qui transforme A en B et B en C .Donner les éléments caractéristiques. $(1,5point)$

Partie B

Soient A et B les points du plan complexe d'affixes respectives : a = 2 et b = 2+i

Soit T le cercle de centre A et de rayon 3. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1) Donner l'écriture complexe de r. En déduire T' l'image de T par la rotation r. $(1point)$
2) Déterminer l'affixe c du point C, image de B par la rotation r. En déduire la nature du triangle OBC. $(0,5point)$

Bonne chance !!